

請將計算證明過程寫在答案紙上,務必標明題號。

- 證明 $\sqrt{2}$ 為無理數。(12%)
- 求經過 $(2,0), (6,0)$ 兩點且與拋物線 $y=x^2$ 相切之圓方程式。(12%)
- 求方程式 $x^6+x^4+x^2+1=0$ 之複數解。(12%)
- 設 $E_1: 2x-2y-z=3, E_2: x+2y+az=3, E_3: bx-2y+2z=4$
已知 $E_1 \perp E_2, E_2 \parallel E_3$.
(a) 求 a, b 之值。(8%)
(b) 求 E_2, E_3 之距離。(8%)
- 求 $\sin^2 x + \sqrt{2} \sin x + 3$ 之最大值與最小值。(12%)
- 令 $s = \frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \dots + \frac{n}{3^n} + \dots$ 求 s 之值。(12%)
- 一袋中放置黑球白球各若干個。若隨機取出兩白球機率為 $\frac{1}{3}$,
而隨機取出三白球之機率為 $\frac{1}{6}$ 。問袋中原有多少黑球,白球。(12%)
- 若 $f: N \rightarrow N$ 之函數,其中 N 為自然數所成之集合,

$$f(n) = \begin{cases} n+3, & n \text{ 為奇數} \\ \frac{n}{2}, & n \text{ 為偶數} \end{cases}$$
 若 k 為奇數且滿足 $f(f(f(k)))=27$, 求 k 。(12%)