

**注意:**

- 1、請在答案卷左上角寫上考生身份資料。
- 2、本試卷共九大題。
- 3、作答時請標明題號, 並依序作答於試卷之五小頁上。
- 4、禁止使用計算器。

1. (10 points) 試求  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} \right)^{x^2 + 1}$

2. 試求

(a) (6 points)  $\int_0^1 x^5 e^{x^3} dx$

(b) (6 points)  $\int_0^{\pi/4} \frac{d\theta}{(\tan^2 \theta + 4 \tan \theta + 3) \cos^2 \theta}$

(c) (6 points)  $\int \frac{8x^2 + 4x - 11}{(x+3)(x-1)^2} dx$

3. (a) (6 points) 試求  $\int_{1/2}^1 \frac{1}{\sqrt{2t-t^2}} dt$

(b) (4 points) 試求  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \left( \int_{1/2}^x \frac{1}{\sqrt{2t-t^2}} dt - \frac{\pi}{6} \right)$

4. (8 points) 請判定瑕積分  $\int_0^{\infty} e^{x-2e^x} dx$  是否存在? 如果此瑕積分存在, 試求其值。

5. 令  $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 4, 1 < y \leq 1 + x^{1/2}\}$ 。試求

(a) (8 points)  $R$  對  $x = 1$  旋轉所得之旋轉體體積。

(b) (8 points)  $R$  對  $x = 0$  旋轉所得之旋轉體體積。

6. (10 points) 考慮曲線  $y = x^{1/2}$  對  $y = 0$  旋轉。試求當  $1 \leq x \leq 4$  時所得之旋轉表面積。

7. (6 points) 設  $f(x) = \sqrt{x^3 + x + 6}$ 。求  $(f^{-1})'(4)$ , 也就是求  $f$  的反函數在 4 之導數。

8. (8 points) 設  $f(x) = \begin{cases} 3x + x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{當 } x \neq 0 \\ 0 & \text{當 } x = 0 \end{cases}$

請判定  $f'(x)$  存在的位置。當  $f'(x)$  存在時, 試求其公式。

9. (14 points) 令  $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$ 。請討論  $f(x)$  遞增、遞減、凹凸、漸近線、極值之位置, 並畫出  $y = f(x)$  的圖。