

國立成功大學 81 學年微積分實力測驗試題

1993.4.24.

- (1) (a) 設 $f(x) = xe^x$, 試求 f 之漸近線、極大、極小及反曲點, 並以之繪出 f 之圖形. (15%)
- (b) 試求極限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}(x - [x])}{e^x} = ?$ 其中 $[x]$ 為最大整數函數. (10%)
- (2) 試求下列各積分: (20%)
- (a) $\int x^n \ln x dx$, 其中 n 為一整數; (b) 瑕積分 $\int_{-1}^0 \frac{dx}{(x-3)\sqrt{x+1}}$.
- (3) 設 $f(t) = \lim_{u \rightarrow t} \frac{\sin u}{u}$, $t \in \mathbb{R}$, $S(x) = \int_0^x f(t)dt$.
- (a) 試求 $S(0) = ?$
- (b) 試求 $\frac{d}{dx} S(0) = ?$
- (c) 試證 $\int_0^x S(t)dt = xS(x) + \cos x - 1$.
- (4) (a) 試證: 當 $x > 0$ 時, $1 - \frac{1}{x} \leq \ln x \leq x - 1$.
- (b) 試求曲線 $y = \sin x$, 與 $y = \cos 2x$, 在區間 $[0, 2\pi]$ 所圍區域之面積.
- (5) (a) 設 f, g 之定義域相同. 若 $\lim_{x \rightarrow p} f(x) = a$, $\lim_{x \rightarrow p} g(x) = b$. 其中 a, b, p 均為實數. 試以 ϵ - δ 方法證明: $\lim_{x \rightarrow p} (f(x) + g(x)) = a + b$.

- (b) 在右圖中, $P(\cos t, \sin t)$ 為單位圓上一點, $Q(1-t, 0)$ 則為 X 軸上一點, 其中 $0 < t < \pi/2$, 連接 P, Q 二點之直線交 Y 軸於點 B , 試求點 B 之座標. 並求當 $t \rightarrow 0$ 時, B 之逼近點的座標.

