

都計 -

微積分試題

92.11.18

1. 求下列各極限: (15%)

a) $\lim_{x \rightarrow 0} x^3 \left[\frac{1}{x} \right]$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 2}}{x - 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sin \sqrt{x}}$

2. 求下列各導數: (15%)

a) $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$, 求 $\frac{dy}{dx}$

b) $y = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$, 求 $\frac{dy}{d\theta}$

c) $y = x^2 \sec x$, 求 $\frac{dy}{dx}$

3. 試利用 ϵ - δ 之定義方法, 證明 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x-1} = \frac{1}{2}$. (10%)

4. 設 $f(x) = \sqrt{x-1}$, $g(x) = \frac{1}{x-2}$ 為二函数, 令 $h(x) = f \circ g(x)$.

a) 求函数 h 之定義域. (3%)

b) 求函数 h 之導數. (注意: 可微之範圍). (7%)

5. 試求曲線 $x^2 y + y \sqrt{x} = 48$ 在點 $(4, 16)$ 之切線方程式. (10%)

6. 敘述下列定理:

a) 三明治定理 (或稱夾擠定理). (5%)

b) 均值定理. (5%)

7. 設函数 $f(x) = 1 + x^2 - \frac{1}{2}x^4$, 請討論此函数之性質, 並繪圖. (15%)

8. 設函数 $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 5x + 6}$, 請討論此函数之性質, 並繪圖. (15%)