

應用數學導論(I)課程介紹

課程名稱：應用數學導論(I) (碩博選修)

課程時間：每星期五 9:10-12:00

教室：數學系館 3177 教室

授課教師：許瑞麟

辦公室：數學系館 408

助教：陳慧如, 林威溢.

Email：rsheu@mail.ncku.edu.tw

電話：2757575-65150

預備知識：微積分，線性代數。

指定教科書：“*Introduction to Applied Mathematics*” by Gilbert Strang。

課程內容綱要：應用數學應該被放在一個含有：問題描述與模型(modeling)，數學分析(analysis)，具體求解(solution method)，以及數值計算 (scientific computation)的一個整體架構來看，數學的意涵和用處才得以凸顯出來。在大部分的數學課程，多半欠缺實際問題講解，也通常不在乎具體(演算法)求解，所以儘管所學的數學，其技術手法都可以用來分析某些實際問題，但在沒頭沒尾的情境下，實在很難引起學習興趣及共鳴。

由 Gilbert Strang 所著的“*Introduction to Applied Mathematics*”這本教科書恰巧可以拿來做為數學和應用端的橋梁。在離散系統裏，我們主要要學的是一個重要的矩陣方程式： $A^tCA=f$ ，可以用來描述彈簧系統，電路迴路，統計最小平方法的平衡狀態。而透過機械，電機，統計的例子，我們可以看到矩陣裏的每一個 component 所實際對應系統上的量。求解這個系統，等同於解 $A^tCA=f$ 這個聯立方程組。求解的方法，除了傳統線性代數的 LU 分解，還有配方法，拉格朗日算子法等。這些算法，我們還要介紹其背後的幾何意義，能量對偶的觀點，然後觀察出這些方法其實都是等價的。這些方法，在過去的一些數學課程裏或許同學們都曾經學過，但是我們最主要強調的是觀察實際的系統 modeling 的手法，以及不同算法之間代數與幾何角度的整合。

在連續系統上，彈簧系統將會被一個連續的彈性棒所取代。彈簧兩端的位移差會被微分算子取代，轉置矩陣 A^t 也會被負的微分算子以及適當的邊界條件取代，經過 integration by parts，離散系統上的矩陣方程 $A^tCA=f$ 將會變成是一個二階的(偏)微分方程。

跟離散系統一樣，這個微分方程也可以透過最小能量法來求得。但是技巧上我們必須透過變分法(calculus of variation)去找出 Euler Equation。所以我們會介紹足夠用的變分觀念，去求出平衡方程式。

當電路迴路被連續化時，我們可以先觀察不可壓縮，不可旋轉之流體動力系統。此時 A 矩陣變成是梯度(gradient)，其轉置矩陣變成是散度(divergence)加上適當的邊界條件，integration by parts 變成是 Gauss Theorem，因此我們得到的是 Laplace equation。在此我們用到的數學是向量分析(vector calculus)。我們也會根據課程需求，講授足夠用的向量分析相關知識。

求解這些偏微分方程，我們要用到富利葉分析。儘管這已經是相當古典的數學，但是卻從來沒有退潮流過。至今，富利葉分析仍然是應用數學，工程，醫學，天文等領域的重要數學工具。

因此，這不是一個講解數學證明的課程，且上課的進度會蠻快。儘管如此，連續系統應該還是教不完。剩下的部分就留待有機會開應用數學導論(II)時再教。課後的作業很重要。我們會留習題，此外。我希望同學利用這門課學會使用一些數學軟體，如 Matlab, Maple, Mathematica 等。我盡可能會出這樣的練習。

成績計算方式：作業 50%，Project (或考試) 50%。
考試時間及範圍另行公佈。

Office Hours: 這是你和老師面對面溝通的機會。歡迎任何問題，數學或非數學。
可隨時進入我的辦公室。若以 e-mail, 電話, 或當面約定時間, 可以避免撲空或久候。