

課程說明

課程名稱: 迦羅瓦理論

教室: 數學系館 3173

時間: 星期一 9:10-11:00, 星期三 9:10-10:00

授課教師: 柯文峰

辦公室: 數學系館 407

電子郵件: wfke@mail.ncku.edu.tw

電話: 2757575 轉 65154

課程概述:

迦羅瓦理論是數學裡最令人驚豔的理論之一; 它將多項式方程與群論漂亮的連結了起來。事實上, 群論許多基本構想來自於迦羅瓦的工作。例如, 為什麼有些群被稱為可解群 (solvable groups)? 因為它們相對於可解的多項式方程 (也就是可以用係數及一些代數公式來求得其解)。迦羅瓦理論解釋了為什麼二次、三次、及四次多項式可以有公式解, 但是五次以上的多項式就沒有類式的公式可用。在近代數學裡, 是透過體的擴張 (field extensions) 來實現迦羅瓦理論, 其中心課題則是擴張體與群之間的迦羅瓦對應 (Galois correspondence)。

課程目標:

了解迦羅瓦理論基本定理, 及如何將其與群論的一些結果結合, 用來解決多項式方程可解性問題。

背景知識要求:

質數 (prime numbers), 單位複數根 (complex roots of unity), 代數基本定理 (Fundamental Theorem of Algebra), 環 (rings) 與體 (fields) 的概念, 單變數多項式的分解, 理想 (ideals) 與同態映射 (homomorphisms), 抽象向量空間 (vector spaces), 尤其是基底與維度的概念, 基本群論包括正規子群 (normal subgroups), 同態映射及商群 (quotient groups), 置換群 (permutation groups)。

參考書目:

I. Stewart, Galois Theory, 2nd edition, Chapman and Hall.

上課方式:

課堂講授, 每周三小時。

課程要求:

按時上課、繳交作業。

成績計算方式:

期中考佔 45%, 期末考佔 45%, 平時成績佔 10%。期中考日期將於開學後通知, 期末考時間則依學校規定。每次考試時間為兩節課 (一小時五十分)。

課程內容:

上課內容會包括 Polynomials (irreducibility, zeros and factorization); Field extensions (simple extensions, minimum polynomial, construction and classification, degree of extension); The Galois correspondence; Splitting fields (existence and uniqueness); Normal extensions; Separable extensions; Degree of the extension and the group of field automorphisms; Galois groups of normal separable extensions; The Fundamental Theorem of Galois Theory; Application to polynomial equations.